Chapitre 1

Probabilités conditionnelles

Activité 1 p.274 : Cadres en entreprise

Dans une entreprise de 160 personnes, on compte 67 femmes. Parmi les personnes de cette entreprise, il y a 32 cadres dont 15 femmes.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	15		32
Autres employés			
Total	67		160

Parmi les 160 personnes de cette entreprise, on en choisit une au hasard.

On considère les événements suivants :

- F : " la personne choisie est une femme " ;

- C : " la personne choisie est un cadre ".

   (a) Définir par une phrase les événements $\overline{C}$, $F \cap C$ et $F \cap \overline{C}$

   (b) Calculer les probabilités $P(F)$, $P(C)$, $P(\overline{C})$, $P(F \cap C)$ et $P(F \cap \overline{C})$

2. (a) La personne choisie est un cadre de l'entreprise.
   Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
   On note $P_C(F)$ cette probabilité, on dit que c'est la probabilité conditionnelle de F sachant C.

   (b) Calculer $\dfrac{P(F \cap C)}{P(C)}$. Que constate-t-on ?

3. Que représentent en termes de probabilités les quotients $\dfrac{15}{67}$ et $\dfrac{52}{128}$

Activité 3 p.274 : Agence de voyage

Une agence de voyage a effectué un sondage auprès de l'ensemble de ses clients pendant la période estivale.

Ce sondage montre que :

- 38% des clients voyagent en France ;
- 83% des clients voyageant en France sont satisfaits ;
- 78% des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

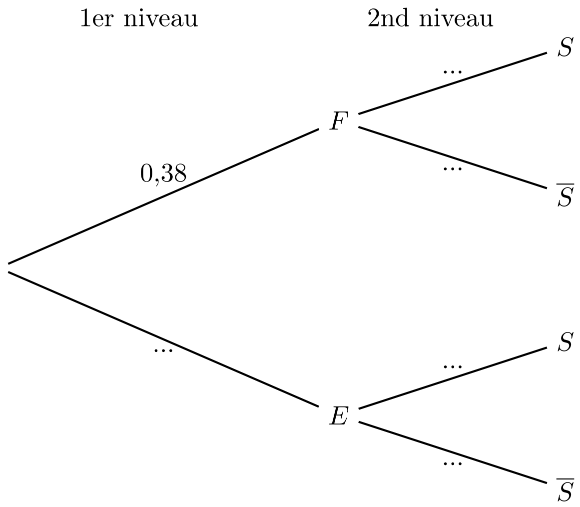
On interroge un client au hasard. On considère les événements suivants :

F : «<le client a voyagé en France » ;

E : « le client a voyagé à l'étranger »

S : « le client est satisfait du voyage ».

L'arbre construit ci-dessous, appelé arbre pondéré, permet de représenter la situation.



1. (a) Que représente le nombre 0,38 figurant sur la branche du premier niveau ?
   (b) Calculer $P(E)$. Recopier l'arbre pondéré, puis compléter l'autre branche figurant au premier niveau de l'arbre.
2. Puisque 83% des clients voyageant en France sont satisfaits, on a $P_F(S) = 0{,}83$.
   (a) Placer cette probabilité conditionnelle sur la branche du second niveau de l'arbre pondéré qui relie F à S.
   (b) Justifier que $P_F(\overline{S})$.
   (c) Compléter alors les branches figurant au second niveau de l'arbre pondéré.
3. (a) Rappeler les deux formules permettant de calculer $P(F \cap S)$.
   (b) Laquelle de ces deux formules permet de calculer cette probabilité ici ? Effectuer le calcul.
   (c) Le chemin vert, qui passe par F puis S, est le chemin qui permet de réaliser l'événement $F \cap S$. Recopier et compléter la phrase suivante par la bonne opération : Il faut.......... les deux probabilités situées au-dessus des deux branches constituant le chemin vert pour obtenir $P(F \cap S)$.

Activité 4 p.274 : des arbres aux arbres pondérés
Dans un sac, on dépose cinq lettres : A, A, A, B et B.
On tire une lettre au hasard, on la note, puis on la remet dans le sac. On effectue ensuite un second tirage. On veut déterminer la probabilité d'obtenir chacun des « mots » AA, AB, BA et BB.

1. Puisqu'il y a trois lettres A, on va les différencier en les notant A_1, A_2 et A_3. De même, on va différencier les deux lettres B en les notant B_1 et B_2.
   (a) À l'aide d'un arbre, monter qu'il y a 25 issues possibles pour cette expérience aléatoire.
   (b) On suppose les issues équiprobables. Déterminer la probabilité de chacun des « mots » cherchés.
2. On regroupe les branches de l'arbre menant à la lettre A et celles menant à la lettre B.
   (a) Calculer la probabilité d'obtenir la lettre A au premier tirage, puis la placer sur la première branche de l'arbre menant à A. Faire de même pour la première branche menant à B.
   (b) Opérer de la même façon pour les branches du second tirage.
   (c) En utilisant les réponses obtenues à la question 1. b., donner une méthode permettant de déterminer la probabilité de chacun des «< mots » à l'aide de ce nouvel arbre.

....

n°10p.286
Soit A et B deux événements tels que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}1$.
Calculer $P_A(B)$.

n°11p.286
On choisit au hasard un jour de l'année. On considère les événements :
U : "le jour choisi a été pluvieux " ;
V :"le jour choisi a été venté".
Pour chaque phrase suivante, indiquer si l'information donnée correspond à une probabilité conditionnelle, puis traduire cette information à l'aide d'une probabilité.

1. Dans l'année, 40 % des jours sont pluvieux.
2. 66 % des jours pluvieux sont ventés.
3. Parmi les jours non ventés, 22 % sont pluvieux.
4. 49% des jours dans l'année n'ont été ni ventés ni pluvieux.

n°12p.286 : VRAI ou FAUX ?
Indiquer si la proposition suivante est vraie, puis justifier.
Soit A et B deux événements tels que $P(A) = 0{,}3$ et $P_A(B) = 0{,}5$.
Alors $P(A \cap B) = 0{,}8$.

n°13p.286
Soit A et B deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}3$; $P_A(B) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}48$.
Déterminer $P(A \cap B)$ puis $P_B(A)$.

n°14p.286
Soit E et F deux événements tels que : $P(E) = 0{,}5$; $P_E(F) = 0{,}8$.
Déterminer $P(E \cap F)$.

n°16p.286 QCM Choisir la ou les bonnes réponses.

Une étude a été réalisée auprès de jeunes de 16 à 18 ans sur leur console de jeux vidéo préférée. Les résultats ainsi que le choix du nom des différents événements sont présentés ci-dessous.

	Garçons (A)	Filles ($\overline{A}$)	Total
Game Station 4 (B)	36	9	45
Zbox One ($\overline{B}$)	36	19	55
Total	72	28	100

On choisit au hasard une des personnes interrogées dans l'étude.

1. $P(A \cap B)$ est égale à :

   a.0,36 b.0,5 c. 0,625 d.0,8

2. $P_A(B)$ est égale à :

   a.0,36 b.0,5 c. 0,625 d.0,8

3. $P_B(A)$ est égale à :

   a.0,36 b.0,5 c. 0,625 d.0,8

n°17p.287

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Le tableau des probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,3	0,2	0,5
$\overline{B}$	0,15	0,35	0,5
Total	0,45	0,55	1

1. Donner les valeurs de $P(A)$ et $P(\overline{B})$.
2. Donner les valeurs de $P(A \cap B)$ et $P(A \cap \overline{B})$.
3. Traduire sous forme de probabilité les valeurs 0,2, 0,35 et 0,55.

n°18p.287

A,B, C et D désignent des événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire. Le tableau des probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

1. Recopier et compléter le tableau de probabilités.

	A	B	C	Total
D	0,2	0,1	0,1	
$\overline{D}$	0,25	0,15	0,2	
Total				1

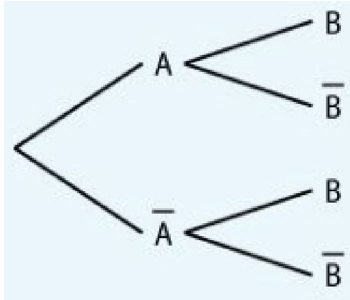
2. À l'aide du tableau, préciser les valeurs de :

   $P(B \cap D)$, $P(A \cap \overline{D})$, $P(B)$ et $P(\overline{D})$.

3. En déduire les valeurs de $P_B(D)$ et $P_{\overline{D}}(A)$.

n°19p.287

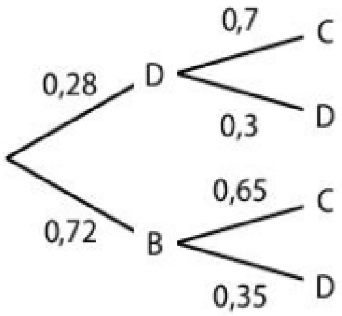
On considère deux événements A et B d'un même univers tels que :
$P(A) = 0{,}4$; $P(\overline{A}) = 0{,}6$;
$P_A(B) = 0{,}3$; $P_A(\overline{B}) = 0{,}7$;
$P_{\overline{A}}(B) = 0{,}3$; $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}8$
Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.



n°20p.287

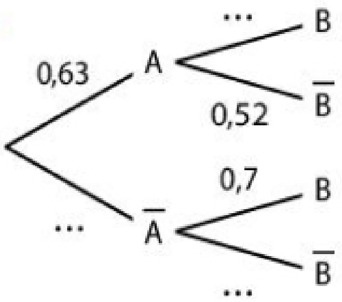
On considère l'arbre pondéré donné ci-contre.

1. Traduire les nombres suivants sous forme de probabilités :
   0,28 ; 0,3 et 0,65.
2. Donner la valeur des probabilités $P(B)$; $P_B(D)$ et $P_A(C)$.

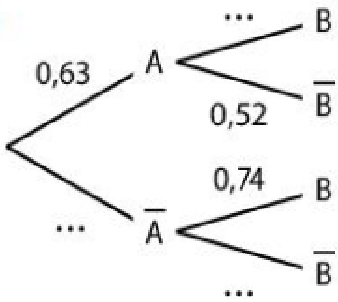


n°21p.287
Recopier et compléter les arbres pondérés ci-dessous :

1.



2.



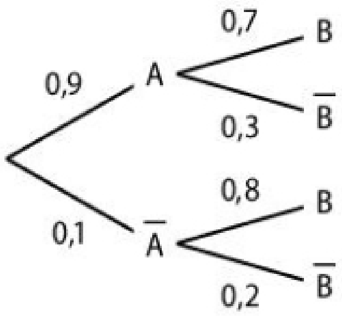
n°22p.287
Indiquer si les affirmations proposées sont vraies ou fausses, puis justifier.
A et B sont deux événements.
D'après la formule des probabilités totales :

1. $P(B) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$.
2. $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$.

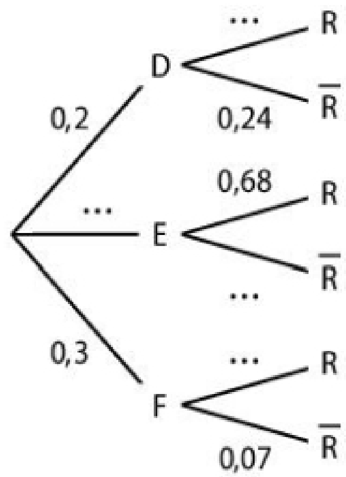
n°23p.287

On considère l'arbre pondéré ci contre.

1. Vérifier que $P(A \cap B) = 0{,}63$
   et que $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}08$
2. En déduire la valeur de $P(B)$



n°24p.287



1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Calculer $P(D \cap R)$, $P(E \cap R)$ et $P(F \cap R)$.
3. Utiliser la formule des probabilités totales pour déterminer la valeur de $P(R)$.

n°25p.287

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.
Dans chacun des cas suivants, déterminer si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B) = \dfrac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$
2. $P(A) = 0{,}27$, $P(B) = 0{,}48$ et $P_B(A) = 0{,}27$
3. $P(A) = \dfrac{3}{5}$, $P(B) = \dfrac{5}{7}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{3}{7}$

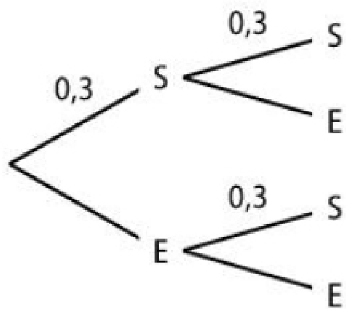
n°26p.287

A et B sont deux événements indépendants de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

1. $P(A) = 0{,}84$ et $P(B) = 0{,}75$, calculer $P(A \cap B)$.
2. $P(A) = \dfrac{4}{15}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$ calculer $P(B)$.

n°27p.287

Voici un arbre pondéré incomplet modélisant la répétition d'une même expérience aléatoire de manière indépendante, avec deux issues : succès (S) ou échec (E).



1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. En déduire la probabilité d'obtenir exactement un succès.

n°28p.288

On choisit un chien au hasard dans un élevage.
On note L l'événement : «le chien choisi est un labrador » ;
B l'événement : « le chien choisi est un berger allemand » et
S l'événement : «le chien choisi est sevré ».

1. Interpréter à l'aide de probabilités les informations suivantes :
   a. 55 % des chiens de l'éleveur sont des labradors.
   b. 36 % des chiens de l'éleveur sont des bergers allemands sevrés.
   c. 64% des labradors sont sevrés.
2. À l'aide de pourcentages, traduire par une phrase les probabilités suivantes :
   a. $P(B) = 0{,}8$ b. $P(B \cap \overline{S}) = 0{,}09$ c. $P_B(S) = 0{,}80$

n°29p.288

Parmi ses salariés, une société compte 70 % d'employés commerciaux.
80 % d'entre eux possèdent une voiture de fonction.
Alors que parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, seulement 10 % possèdent une voiture de fonction.
On interroge au hasard un employé de la société.
On considère les événements suivants :
— C :«L'employé interrogé est un commercial » ;
— V :«L'employé interrogé possède une voiture de fonction ».

1. Déduire des informations de l'énoncé :
   (a) les probabilités $P(C)$ et $P(\overline{C})$;
   (b) les probabilités $P_C(V)$ et $P_{\overline{C}}(V)$.
2. (a) Définir par une phrase l'événement $C \cap V$; calculer la probabilité : $P(C \cap V)$.
   (b) Définir par une phrase l'événement $\overline{C} \cap V$; calculer la probabilité : $P(\overline{C} \cap V)$.

n°30p.288

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire tels que :
$P(A) = 0{,}72$, $P(B) = 0{,}47$ et $P(A \cup B) = 0{,}88$. Déterminer $P(A \cap B)$, puis $P_B(A)$ et $P_A(B)$.
PISTE : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

n°32p.288

Dans une population, 82 % des ménages possèdent une voiture, 11 % possèdent un deux- roues et 89 % possèdent au moins un véhicule (voiture ou deux-roues).

1. On choisit au hasard un ménage dans la population. Déterminer la probabilité qu'il possède une voiture et un deux-roues.
2. On choisit au hasard un ménage possédant une voiture. Déterminer la probabilité qu'il possède aussi un deux-roues.

n°40p.289

Une plateforme de jeux vidéo propose en téléchargement 9600 titres différents dont certains sont gratuits. Les jeux sont rangés dans deux catégories :les jeux d'actions et les autres jeux. Le tableau suivant en donne la répartition.

	Jeux payants	Jeux gratuits	Total
Jeux d'action	1 728	1 104	2 832
Autres jeux	3 456	3 312	6 768
Total	5 184	4 416	9 600

On choisit au hasard un des jeux proposés par la plateforme.

1. Déterminer la probabilité de l'événement A : « le jeu choisi est un jeu d'action ».
2. Déterminer la probabilité de l'événement G :« le jeu choisi est un jeu gratuit ».
3. Déterminer la probabilité que le jeu choisi soit un jeu d'action payant.
4. Sachant que le jeu choisi est un jeu gratuit, déterminer la probabilité que ne soit pas un jeu d'action.
5. Le jeu choisi n'étant pas un jeu d'action, déterminer la probabilité que ce soit un jeu payant.