Chapitre 6

Fonction dérivée 1

Dans chaque cas, calculer $f'(x)$ en précisant l'ensemble de définition de f et son ensemble de dérivabilité.

1. $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 8$
2. $f(x) = 3x^4 - 7x^2 + \sqrt{3}x - 12$
3. $f(x) = 5x^7 + \sqrt{x}$
4. $f(x) = \dfrac{x^3}{4} + \dfrac{1}{x}$
5. $f(x) = 17 - \dfrac{3}{x} + 7\sqrt{x}$
6. $f(x) = (3x^3 - 5x + 8)(4x^2 - 2x + 8)$
7. $f(x) = \sqrt{x}(5x^5 - 4x^2 + 7x - 12)$
8. $f(x) = \dfrac{1}{7x^2}$
9. $f(x) = 6x^2 - \dfrac{1}{3x - 9}$
10. $f(x) = (4x - 1)^2$

59 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x+2)(-2x+1)$.
On propose de déterminer l'expression de g' de deux manières.

1. Développer $g(x)$ puis en déduire $g'(x)$.
2. En utilisant la formule de la dérivée d'un produit, déterminer $g'(x)$ à partir de l'expression de g donnée dans l'énoncé.

43 Soit f la fonction définie sur $[-2 ; 2]$ par $f(x) = x^3$.

1. Rappeler $f'(x)$ puis en déduire $f'(-1)$.
2. Dans un repère, tracer la courbe de la fonction f, notée $\mathscr{C}$, et sa tangente au point d'abscisse -1.
3. a. Existe-t-il une tangente à $\mathscr{C}$ parallèle à la droite d d'équation $y = 12x + 1$? Si oui, déterminer les coordonnées du point de contact entre $\mathscr{C}$ et T.
   b. Existe-t-il une tangente à $\mathscr{C}$ parallèle à l'axe des abscisses ?

Pour les exercices 61 à 67, calculer la dérivée de la fonction définie sur l'intervalle I dont l'expression est donnée.

61 $f(x) = \dfrac{1}{-5x+2}$; $\quad$ I $=]2,5 ; +\infty[$.

62 $i(x) = \dfrac{1}{x^2 - 3x + 5}$; $\quad$ I $= \mathbb{R}$.

63 $j(x) = -\dfrac{2}{7x+2}$; $\quad$ I $= [0 ; +\infty[$.

64 $k(x) = \dfrac{3}{0{,}5x^2 + 1}$; $\quad$ I $= \mathbb{R}$.

65 $l(x) = -4x + \dfrac{2}{\sqrt{x}}$; $\quad$ I $=]0 ; +\infty[$.

66 $m(x) = \dfrac{4x-3}{x^2+x}$, $\quad$ I $=]0 ; +\infty[$.

67 $n(x) = \dfrac{-3x^2+4x+1}{x^4+x^2+1}$, $\quad$ I $= \mathbb{R}$.

70 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse -1.

71 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 6x^6 + 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x.$$

1. Déterminer l'expression de f'.
2. En déduire que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x$.

72 Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x$ et $g(x) = -2x^2 + 2x - 3$.
On note $\mathscr{C}$ et $\mathscr{P}$ leurs courbes représentatives respectives.

1. Montrer que la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 et la tangente Δ à $\mathscr{P}$ au point d'abscisse 1 sont parallèles.
2. Les tangentes T et Δ sont-elles confondues ?